

Colle 23

Dénombrement

- ▶ Après votre colle, vous êtes invité à reprendre les exercices traités et de les rédiger sur feuille. Vous pouvez me rendre ce travail en le donnant à vos camarades m'ayant en colle la semaine prochaine, ou en le déposant à l'accueil du lycée.
- ▶ Vous trouverez le sujet et des indications sur la page ci-contre.



La majorité des exercices sont issus :

- ◆ du cahier de calcul pour la classe de Terminale (<https://colasbd.github.io/cdc-lycee/>);
- ◆ du cahier de gammes en combinatoire (<https://colasbd.github.io/autres-documents/>).

Exercice 23.1

Dans un ensemble de dix personnes dont trois garçons, on s'intéresse à un groupe d'amis comportant six personnes.

Déterminer le nombre de groupes :

1. possibles ;
2. ne comportant pas de garçon ;
3. comportant au moins un garçon ;
4. comportant autant de garçons que de fille.

Exercice 23.2

On s'intéresse aux anagrammes du mot « FICHE », qu'elles aient un sens, ou non. Combien d'anagrammes peut-on former :

1. en tout ?
2. si l'on commence par les voyelles ?
3. si le mot se termine par un « E » ?
4. si l'on souhaite qu'il y ait une alternance entre les voyelles et les consonnes ?

Exercice 23.3

Au poker, un *brelan* est une main de cinq cartes, dont trois sont de même hauteur, et les deux autres différentes. Par exemple, trois « rois », un « 7 » et un « 2 » forment un brelan.

Avec un jeu de 52 cartes, combien de brelans peut-on former ?

Exercice 23.4

Soit $n \geq 2$. On considère n points A_1, \dots, A_n deux à deux distincts.

Combien peut-on tracer de segments (non réduits à un point) dont les extrémités sont parmi ces points ?

Exercice 23.5

Soit $n \geq 3$. On considère un polygone régulier à n sommets, c'est-à-dire un polygone dont tous les côtés et tous les angles sont égaux.

Combien ce polygone possède-t-il de diagonales ?

Exercice 23.6

Un groupe de sept amis part en week-end. Déterminer le nombre de façons de choisir un responsable de la vaisselle, un responsable du rangement et un responsable du ménage :

1. si aucun membre ne peut cumuler plusieurs fonctions ;
2. si un même membre peut cumuler plusieurs fonctions ;
3. si un même membre ne peut cumuler au plus que deux fonctions.

Exercice 23.8

Douze personnes constituent une association et doivent choisir un bureau, composé d'un président, d'un trésorier et d'un secrétaire.

Déterminer le nombre de bureaux :

1. possibles ;
2. sachant que Pierre et Jean ne veulent pas siéger ensemble ;
3. ne contenant pas les deux personnes les plus jeunes du groupe ;
4. contenant le doyen et la personne la plus jeune du groupe.

Exercice 23.10

Soit $r \in \mathbb{N}^*$.

Combien y a-t-il de nombres :

1. à au plus r chiffres ?
2. à r chiffres exactement ?

Exercice 23.12

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $n \geq 2$.

Combien d'applications $f : \llbracket 1, n \rrbracket \longrightarrow \llbracket 1, n \rrbracket$ bijectives telles que $f(1) = 2$ peut-on construire ?

Exercice 23.14

Soit E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}$. Soit $k \in \mathbb{N}^*$.

Combien peut-on former de k -uplets $(E_1, \dots, E_k) \in \mathcal{P}(E)^k$ dont les E_i sont deux à deux disjointes ?

Exercice 23.7

Un cadenas est sécurisé par un code à quatre chiffres.

Calculer le nombre de codes :

1. en tout ;
2. avec des chiffres tous différents ;
3. avec des chiffres pairs uniquement ;
4. se terminant par le chiffre « 9 » ;
5. avec des chiffres tous différents et rangés dans l'ordre croissant.

Exercice 23.9

On dispose de cinq pantalons différents que l'on veut ranger dans un meuble à trois tiroirs.

Déterminer le nombre de façons de ranger ces pantalons :

1. en tout ;
2. de sorte que tous les pantalons soient dans le même tiroir ;
3. de sorte qu'un seul tiroir soit vide ;
4. de sorte qu'aucun tiroir ne reste vide.

Exercice 23.11

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $n \geq 2$.

Combien d'applications $f : \llbracket 1, n \rrbracket \longrightarrow \llbracket 1, n \rrbracket$ telles que $f(1) = f(2)$ peut-on construire ?

Exercice 23.13

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $n \geq 2$.

Combien d'applications $f : \llbracket 1, n \rrbracket \longrightarrow \llbracket 1, n \rrbracket$ bijectives telles que $f(n) > f(1)$ peut-on construire ?