QCOP • SUP • Indications et éléments de réponse

ENS. Ensembles

QCOP ENS.1

1. a) Résultat. $\displaystyle\bigcup_{i\in I} A_i = \{x \in E \quad | \quad \exists i \in I : \ \ x \in A_i\}$
$\displaystyle\bigcap_{i\in I} A_i = \{x \in E \quad | \quad \forall i \in I, \ \ x \in A_i\}.$

b) Résultat. $B \smallsetminus A = \{x \in B \quad | \quad x \notin A\} = B \cap (E \smallsetminus A)$.

2. a) On peut raisonner par équivalences successives en utilisant la négation des quantificateurs.

b) Utiliser la question précédente.

Résultat. $\displaystyle E \smallsetminus \left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) = \bigcup_{i\in I} (E \smallsetminus A_i).$

3. Utiliser les deux questions précédentes successivement.

QCOP ENS.2

1. Résultat. $A_1 \times \cdots \times A_n = \Big\{(x_1, \dots, x_n) \ ; \ x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\Big\}.$

2. a) Résultat. $E \times F = \varnothing \quad \Longleftrightarrow \quad E = \varnothing$ ou $F = \varnothing$.

Pour chaque implication, on pourra raisonner par l'absurde (ou contraposée).

b) Résultat. $(E \times F) \subset (E' \times F') \quad \Longleftrightarrow \quad E \subset E'$ et $F \subset F'$,
$(E \times F) = (E' \times F') \quad \Longleftrightarrow \quad E = E'$ et $F = F'$.

Pour montrer la première assertion, raisonner par double implication.

La deuxième assertion découle de la première.